

РАЗВИТИЕ ИДЕЙ Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО В РАБОТАХ Д.Д. МОРДУХАЙ-БОЛТОВСКОГО

**Пырков В.Е., кандидат педагогических наук, доцент,
Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону
pyrkovve@yandex.ru**

Аннотация. Статья знакомит с исследованиями Д.Д. Мордухай-Болтовского по геометрии Лобачевского. Впервые введены в научный оборот работы Д.Д. Мордухай-Болтовского по геометрии Лобачевского, сохранившиеся в рукописном наследии ученого.

Ключевые слова: Мордухай-Болтовской, геометрия Лобачевского, развитие идей, рукописное наследие.

DEVELOPMENT OF THE IDEAS OF N.I. LOBACHEVSKY IN D.D. MORDUKHAY-BOLTOVSKY'S WORKS

**V.E. Pyrkov, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Southern Federal University, Rostov-on-Don
pyrkovve@yandex.ru**

Abstract. Article acquaints with D.D. Mordukhay-Boltovsky's researches on Lobachevski geometry. For the first time D.D. Mordukhay-Boltovsky's works on Lobachevski geometry which remained in hand-written heritage of the scientist are introduced for scientific use.

Keywords: Mordukhay-Boltovskoy, Lobachevski geometry, development of the ideas, hand-written heritage.

Дмитрий Дмитриевич Мордухай-Болтовской (1876-1952) – уникальное явление в отечественной науке и образовании. Его работы внесли существенный вклад во многие разделы математики, а также в историю и методику преподавания математики. Библиография научных работ Д.Д. Мордухай-Болтовского состоит из более трехсот опубликованных исследований и около полутора сотен ненапечатанных, сохранившихся в рукописях. Причём около половины работ Д.Д. Мордухай-Болтовского посвящены геометрии.

Геометрией Д.Д. Мордухай-Болтовской заинтересовался еще в самом начале своей научной деятельности: первая его работа – «О кривизне плоских кривых» [1] относится к 1907 г. В автобиографии 1946 г., анализируя свой путь в науке, 70-летний профессор записал: «В геометрии меня преимущественно интересовали построения как на Эвклидовой, так и на не-Эвклидовой плоскости, вопросы аксиоматические и более всего многомерные пространства в особенности доказательство стереометрических теорем проектированием из четырехмерного и пятимерного пространства в трехмерное. Эти последние работы привлекли внимание голландских и советских математиков» (Государственный Архив Ростовской Области (ГАРО) Ф. Р-46. Оп. 22. Д. 63. Л. 86–87.).

В области классической дифференциальной геометрии Д.Д. Мордухай-Болтовской исследовал кривизны высших порядков и вопросы теории сетей Чебышева на поверхности. Им впервые был предложен метрический принцип двойственности и определены двойственные метрические понятия. Отдельный цикл работ составляют исследования по многомерной геометрии и теории многогранников и кристаллических форм. Эти работы были тесно связаны с деятельностью Д.Д. Мордухай-Болтовского по созданию геометрического кабинета, не имеющего в стране аналогов по многообразию своих экспонатов.

Вопросам геометрии Лобачевского посвящены 24 опубликованные работы Д.Д. Мордухай-Болтовского (см. список ниже). Часть работ сохранилась лишь в качестве упоминания в виде ссылок

на доклады, сделанные Д.Д. Мордухай-Болтовским на заседаниях Общества естествоиспытателей при Северо-Кавказском государственном университете.

Одной из ярких иллюстраций увлеченности Д.Д. Мордухай-Болтовского геометрией Лобачевского, и стремлением увлечь ей своих студентов, является воспоминание М.Г. Хапланова, ученика Д.Д. Мордухай-Болтовского по Ростовскому госуниверситету. Дело было осенью 1922 года. На организованном Д.Д. Мордухай-Болтовским в эти сложные послереволюционные годы «студенческом семинарии» М.Г. Хапланов делал доклад на тему «Некоторые теоремы геометрии Лобачевского»: «... в аудитории температура была ниже нуля, в разбитое окно задувал холодный ветер ... Дмитрий Дмитриевич прослушал почти двухчасовой доклад, усы его покрылись инеем. Однако по окончании доклада он почти в течение часа с увлечением рассказывал о геометрии Лобачевского. ... Пальцы рук его так ооченели, что он не мог держать в руках мела, часто клал его и дыханием отогревал пальцы» [2. С.152].

Именно в это время Д.Д. Мордухай-Болтовской начал заниматься *конструктивными задачами* на плоскости Лобачевского. Его первая публикация по этой проблеме «О геометрических построениях в пространстве Лобачевского», относится к 1922 году (последние работы датированы годом смерти ученого и были опубликованы в Докладах АН СССР уже в 1954 году). Как свидетельствует М.В. Герасимова [3], эта работа в 11 страниц вышла в Самаре отдельным оттиском, при этом сам журнал так и остался неизданным. В дальнейшем статья была существенно переработана и дополнена, а в 1927 году вошла в сборник «In memoriam Lobatschevskii». В этой работе и статье «О диаметральнх свойствах алгебраической кривой в геометрии Лобачевского» (1924), Д.Д. Мордухай-Болтовским по сути были заложены основы теории геометрических построений на плоскости и в пространстве Лобачевского: получены ряд общих результатов о построении с помощью линейки, циркуля и гиперциркуля; о построениях с помощью алгебраических кривых; об алгебраическом методе решения задач на плоскости Лобачевского; доказана неразрешимость ряда конструктивных задач в пространстве Лобачевского. Дальнейшее развитие эта тема получила в работах Н.М. Несторовича.

Николай Михайлович Несторович (1891-1955), студент Д.Д. Мордухай-Болтовского по Варшавскому университету (личное дело Несторовича хранится в ГАРО Ф.Р-46. Оп.22. Д.138; в РГУ работал с 1918 и до конца жизни; заведовал кафедрой геометрии и высшей математики). Под научным руководством Д.Д. Мордухай-Болтовского он написал кандидатскую диссертацию на тему "Геометрические построения в пространстве Лобачевского", которую защитил в РГУ (1936). Докторская диссертация "Геометрические построения на плоскости Лобачевского" защищена в Киевском университете (1953). Позже эти работы Д.Д. Мордухай-Болтовского получили развитие в трудах ученика Несторовича – Р.И. Киришиева (1923 г.р.).

Общим принципиальным вопросам геометрии Лобачевского посвящена достаточно обширная статья Д.Д. Мордухай-Болтовского «Лобачевский и основные логические проблемы в математике» (1927), в основу которой была положена речь Д.Д. Мордухай-Болтовского, с которой он выступал на конференции в Казани, посвященной 100-летию юбилею открытия неэвклидовой геометрии. О торжественном открытии этой конференции сохранились воспоминания Ю.С. Хаплановой, которая была в составе делегации от Ростовского университета: «Зачитали поздравительные телеграммы, выступили с приветственными речами. После вице-президента Академии наук, громадного, с бородой и голосом протодьякона Стеклова, Мордухай показался маленьким и невзрачным. Но это только пока он не заговорил ...» [7].

Еще одним примером продолжения идей Лобачевского в работах Д.Д. Мордухай-Болтовского является серия работ по *механике* пространства Лобачевского. В статьях «Основания динамики материальной точки в пространстве Лобачевского» (1929) и «Некоторые проблемы динамики материальной точки в неэвклидовом пространстве» (1940), Д.Д. Мордухай-Болтовской выводит основные уравнения динамики в пространстве Лобачевского. Работы Д.Д. Мордухай-Болтовского по механике неевклидовых пространств продолжены в последних публикациях его ученика Б.Н. Саморукова [4].

Развитию *дифференциальной геометрии* пространства Лобачевского посвящены статьи «О кривизне на плоскости Лобачевского» (1940), «О кривизне кривых на плоскости Лобачевского»

(1941), «Кривые Бертрана в пространстве Лобачевского» (1949), «О кривизне плоских кривых в пространстве Лобачевского» (1951) и «О кривизне пространственных кривых в пространстве Лобачевского» (1952). Вопросам *синтетической геометрии*, а именно построению теории трансверсалий на плоскости Лобачевского посвящены статьи «Основные теоремы теории трансверсалий на плоскости Лобачевского» и «Основные формулы теории трансверсалий на плоскости Лобачевского» (1940). Вопросы *четырёхмерного пространства* Лобачевского исследованы в работе «Параллельность и перпендикулярность прямых плоскостей и гиперплоскостей в трёхмерном и четырёхмерном пространствах Лобачевского» (1951). Исследования Д.Д. Мордухай-Болтовского по этим вопросам геометрии Лобачевского были развиты в работах К.К. Мокрищева (Константин Константинович Мокрищев (1910-1981), выпускник Краснодарского педагогического института (1932); под научным руководством Д.Д. Мордухай-Болтовского написал кандидатскую диссертацию на тему «Кривые Бертрана», которую защитил в РГУ (1938); работал в РГУ с 1932 и до конца жизни; заведовал кафедрой геометрии).

Некоторые фундаментальные результаты Д.Д. Мордухай-Болтовского, полученные в области геометрии Лобачевского нашли свое отражение в широко известных учебных пособиях «Основания геометрии» (В.Ф. Каган, 1956) и «Методы начертательной геометрии и её приложения» (1955).

В поздравительном адресе от председателя правления Северо-Кавказского государственного университета к 30-летию научно-педагогической деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского его вклад в развитие идей Н.И. Лобачевского оценен достаточно высоко и упоминается следующий факт: «Вы подвергаете глубокому исследованию вопрос о так называемых основах геометрии, являясь крупнейшим русским специалистом в этой области и получив в связи с этим приглашение занять кафедру геометрии в Казанском Университете, связанную с великим именем Лобачевского» (ГАРО Ф.Р-2605. Оп.1. Д.81. Л.66.).

К сожалению, большая часть работ Д.Д. Мордухай-Болтовского по геометрии Лобачевского осталась неопубликованной, при этом многие рукописи погибли во время Великой отечественной войны, тем не менее, в Санкт-Петербургском филиале Архива РАН сохранилось около трех десятков рукописей работ Д.Д. Мордухай-Болтовского по различным вопросам геометрии Лобачевского. Ниже мы приводим список этих работ с указанием на их объем, датировку и данные хранения. Эти работы еще ждут своего исследования.

Список опубликованных работ Д.Д. Мордухай-Болтовского по различным вопросам геометрии Лобачевского

1. О геометрических построениях в пространстве Лобачевского. – Самара, 1922. – 11 с.
2. О диаметральных свойствах алгебраической кривой в геометрии Лобачевского // Известия Донского университета, Т.4, 1924. – С.99-102.
3. Краткий очерк жизни и научной деятельности Н.И. Лобачевского (доклад на заседании 7 марта 1926г.) // Протоколы заседаний общества естествоиспытателей при Северо-Кавказском университете, годы 1919-1926, т.3. – Ростов-на-Дону, 1926. – С.7.
4. О геометрических построениях в пространстве Лобачевского (доклад на заседании 9 мая 1922 г.) // Протоколы заседаний общества естествоиспытателей при Северо-Кавказском университете, годы 1919-1926, т.3. – Ростов-на-Дону, 1926. – С.11.
5. Sur la mecanique dans l'espace Lobaczewskienne (Механика в пространстве Лобачевского. Сообщение на заседании 25 ноября 1923 г.) // Протоколы заседаний общества естествоиспытателей при Северо-Кавказском университете, годы 1919-1926, т.3. – Ростов-на-Дону, 1926. – С.41-43.
6. Лобачевский и основные логические проблемы в математике. Речь на юбилее 100-летия открытия неевклидовой геометрии в Казани и Ростове-на-Дону // Известия Северо-Кавказского университета, т.1(12), 1927. – С. 78-95.
7. О геометрических построениях в пространстве Лобачевского // In memoriam N.I. Lobatschevski, v.2. – Казань: Главнаука, 1927. – С.67-82.
8. Основания динамики материальной точки в пространстве Лобачевского // Научные известия Смоленского университетата, вып.1, 1929. – С.33-48.

9. Про будування за допомогою алгебричних кривих в Евклідовому і не Евклідовому просторах // Журнал математичного циклу Всеукраїнської Академії наук, т.1, вып.3, 1934. – С.15-30.
- 10.Эвклид и Лобачевский. Лекции по специальному курсу для математиков, прочитанные в РПИ в 1937-1938 гг. Ростов н/Д, 1938. – 61 с.
- 11.Некоторые проблемы динамики материальной точки в неевклидовом пространстве // Известия Ростовского педагогического института, т.10, 1940. – С.126-157.
- 12.О кривизне на плоскости Лобачевского // Ученые записки Научно-исследовательского института математики и физики при Ростовском университете, т.4, 1940. – С.29-30.
- 13.Основные теоремы теории трансверсалей на плоскости Лобачевского // Известия Ростовского педагогического института, т.10, 1940. – С.114-125.
- 14.Основные формулы теории трансверсалей на плоскости Лобачевского // Ученые записки Научно-исследовательского института математики и физики при Ростовском университете, т.4, 1940. С.23-24.
- 15.О кривизне кривых на плоскости Лобачевского // Труды Ленинградского кораблестроительного института, вып.6, 1941. – С.77-96.
- 16.Кривые Бертрана в пространстве Лобачевского // Доклады Академии наук СССР, т.69, № 6, 1949. – С.729-730.
- 17.О псевдоцикле на плоскости Лобачевского // Ученые записки Пятигорского педагогического института, т.7, 1950. – С.13-24.
- 18.О кривизне плоских кривых в пространстве Лобачевского // Наукові записки Київського Державного університету, т.10, вып.1, 1951. – С.43-52.
- 19.Параллельность и перпендикулярность прямых плоскостей и гиперплоскостей в трехмерном и четырехмерном пространствах Лобачевского // Успехи математических наук, т.6, вып.4, 1951. – С.176-183.
- 20.Теорема Понслэ на плоскости Лобачевского и эллиптические интегралы // Доклады Академии наук СССР, т.77, № 6, 1951. – С.961-964.
- 21.О кривизне пространственных кривых в пространстве Лобачевского // Математический сборник, т.30, вып.3, 1952. – С.483-508.
- 22.Геодезические линии эллипсоида в неевклидовом пространстве // Доклады Академии наук СССР, т.94, № 6, 1954. – С.991-993.
- 23.О дуге кривой второго порядка на плоскости Лобачевского // Доклады Академии наук СССР, т.95, № 3, 1954. – С.449-450.
- 24.Начертательная геометрия в пространстве Лобачевского // Методы начертательной геометрии и ее приложения. – М.: Гостехиздат, 1955. – С.305-310.

**Список рукописей, неопубликованных работ Д.Д. Мордухай-Болтовского
по различным вопросам геометрии Лобачевского**

(хранятся в Санкт-Петербургском филиале Архива Российской Академии Наук (СПбФА РАН))

1. Теория поверхностей в пространстве Лобачевского, 1946. – 28 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.52)
2. Некоторые теоремы об алгебраических кривых на плоскости Лобачевского, 1946. – 15 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.53)
3. О круговых сечениях и прямолинейно-образующих алгебраических поверхностей в евклидовом и неевклидовом пространствах и их аналогах в четырехмерном пространстве, 1948. – 5 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.55)
4. О некоторых свойствах асимптот алгебраических кривых на плоскости Лобачевского. 1949. – 2 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.56)
5. О луночках Гиппократов на плоскости Лобачевского, 1950. – 3 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.57)
6. Геометрография в трехмерном и четырехмерном евклидовом и неевклидовом пространстве, 1950. – 3 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.58)
7. О некоторых теоремах, относящихся к треугольнику на плоскости Лобачевского. – 16 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.59)

8. Кривые третьего порядка плоскости Лобачевского. – 3 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.61)
9. О некоторых формулах геометрии Лобачевского, выводимых из геометрических тождеств. – 6 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.62)
10. Соотношения между диагоналями и сторонами четырёхугольника на плоскости Лобачевского. – 3 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.63)
11. Об углах и полюсах и их стереометрических аналогах в пространстве Лобачевского. – 3 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.64)
12. О равновесии гибкой и нерастяжимой нити на плоскости Лобачевского. – 9 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.65)
13. О стационарных точках кривых второго порядка на плоскости Лобачевского. – 5 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.66)
14. Правильные тела в неевклидовом пространстве. – 7 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.68)
15. О правильных многогранниках и правильных гипергранниках в трёхмерном и четырёхмерном неевклидовом пространствах. – 7 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.69)
16. Заметка об уравнениях движения материальной точки в неевклидовом пространстве. – 2 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.70)
17. Некоторые кинематические теоремы в четырёхмерном как евклидовом, так и неевклидовом пространстве. – 4 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.71)
18. Об аналогах теоремы Пифагора на неевклидовой плоскости. – 4 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.72)
19. Звёздчатые многогранники в неевклидовом пространстве. – 4 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.73)
20. Отзыв о работе Н.А. Колмогорова «Геометрия тетраэдра евклидова и неевклидова пространства», 1948. – 3 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.119)
21. Соотношение между хордами окружностей на плоскости Лобачевского. – 3 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.146)
22. Некоторые кинематические теоремы на плоскости Лобачевского. – 6 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.149)
23. О парах и сверхпарах сил на плоскости Лобачевского. – 4 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.150)

Литература

1. Мордухай-Болтовской Д.Д. О кривизне плоских кривых / Д.Д. Мордухай-Болтовской. – Варшава, 1907. – 32 с.
2. Хапланов М.Г. Выдающийся математик Д.Д. Мордухай-Болтовской (1876-1952) / М.Г. Хапланов // РГУ 1915-1965. Статьи, воспоминания, документы. – Ростов-на-Дону: Изд-во РГУ, 1965. – С.145-160.
3. Герасимова В.М. Указатель литературы по геометрии Лобачевского и развитию ее идей / Под общей редакцией В.Ф. Кагана. – М.: Гостехиздат, 1952. – 192 с.
4. Пырков В.Е. Научная школа Д.Д. Мордухай-Болтовского: ученики и последователи / В.Е. Пырков // Ждановские чтения. - Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2013. – С. 336-351.
5. Пырков В.Е. Мордухай-Болтовской: отец и сыновья / В.Е. Пырков // Научные и педагогические династии Южного федерального университета. Т.1. – Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2015. – С.141-162.
6. Пырков В.Е. Заметки к творческой биографии Д.Д. Мордухай-Болтовского в годы Великой Отечественной войны / В.Е. Пырков // Наука и техника: вопросы истории и теории. – 2015. – Выпуск XXXI. – С. 193-194.
7. Хапланова Ю.С. Прошлое. – Ростов-на-Дону, 1998. – С.75.